Grundwissen Lineare Funktionen

1. Lineare Funktionen und Geraden

Funktionen lassen sich graphisch im Koordinatensystem veranschaulichen:

- **Lineare Funktionen** (z. B. mit **$y = -2x + 6$**) haben eine **Gerade** als Graphen.
- **Ausblick:**
  Quadratische Funktionen (z. B. mit **$y = -0{,}25x^2 - 2x + 8$**) haben eine **Parabel** als Graphen.

Verschiedene Formen von Geradengleichungen:

allgemeine Form:

$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$

Beispiel:

$-4x + 10y - 40 = 0 \quad |+4x \; |+40$

$10y = 4x + 40 \quad |:10$

(! $y = (4:10)x + 40:10$)

$y = \frac{2}{5}x + 4$

umformen

Punktsteigungsform:

$y = m \cdot (x - x_p) + y_p$

Beispiel:

$m = \frac{2}{5}$ und $P(15|10) \in g$

in Punktsteigungsform einsetzen:

$y = \frac{2}{5}(x - 15) + 10$

$y = \frac{2}{5}x - 6 + 10$

$y = \frac{2}{5}x + 4$

umformen

wichtigste Form:

NORMALFORM

$y = m \cdot x + t$

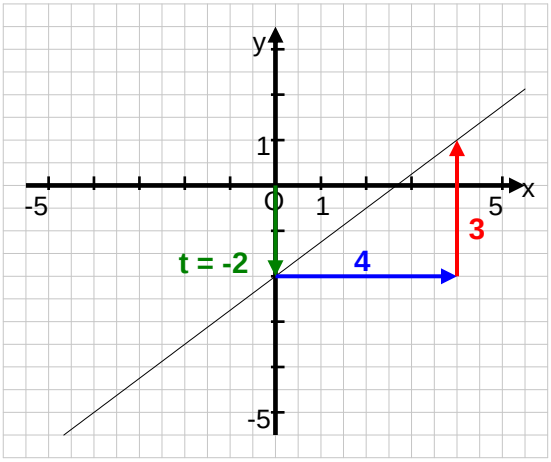
Steigung

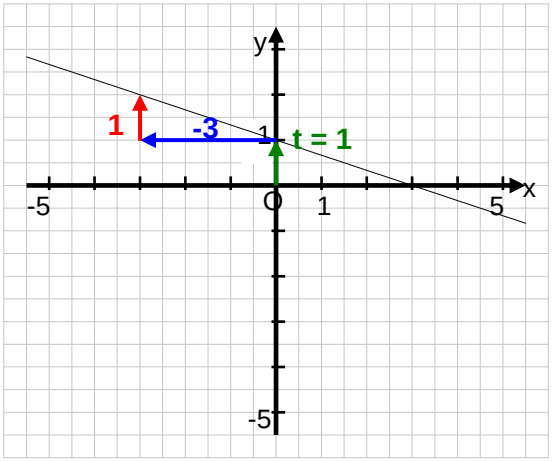
y-Achsenabschnitt

im Fall $t = 0$ gilt: $y = m \cdot x$ (Gleichung einer Ursprungsgeraden)

Um eine Gerade zu zeichnen, wird die Normalform benötigt:

steigende Gerade: $m > 0$ (positiv)	fallende Gerade: $m < 0$ (negativ)
Beispiel: vom Punkt (0|–2) aus $y = \frac{3}{4}x - 2$ → LE nach **oben** (o. [unten]); LE nach **rechts** (o. [links])	***Beispiel:*** vom Punkt (0|1) aus $y = -\frac{1}{3}x + 1$ → LE nach **oben** (o. [unten]); LE nach **links** (o. [rechts])





© 2016 Realschule Großostheim T.G.

AUFSTELLEN VON GERADENGLEICHUNGEN:

a) geg: P(–5|2) ∈ g und t = 4

Koordinaten von P und t in <u>NORMALFORM</u> einsetzen und Gleichung nach m auflösen:

$2 = m \cdot (-5) + 4 \quad |-4$

$-2 = m \cdot (-5) \quad |:(-5)$

$\frac{2}{5} = m$ damit: $y = \frac{2}{5}x + 4$

b) geg: P(15|10) ∈ g und $m = \frac{2}{5}$

<u>1. Möglichkeit:</u> mithilfe der **<u>PUNKTSTEIGUNGSFORM</u>** (auf Seite 1 schon gerechnet!)

<u>2. Möglichkeit:</u>

Koordinaten von P und m in <u>NORMALFORM</u> einsetzen und Gleichung nach t auflösen:

$10 = \frac{2}{5} \cdot 15 + t \quad |-4$

$10 = 6 + t \quad |-6$

$4 = t$ damit: $y = \frac{2}{5}x + 4$

c) geg: P(15|10) ∈ g, Q(–5|2) ∈ g

① ***Koordinaten von P und Q in STEIGUNGSFORMEL einsetzen:*** $\boxed{m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}}$

$m = \frac{10 - 2}{15 - (-5)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ***oder:*** $\boxed{m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$

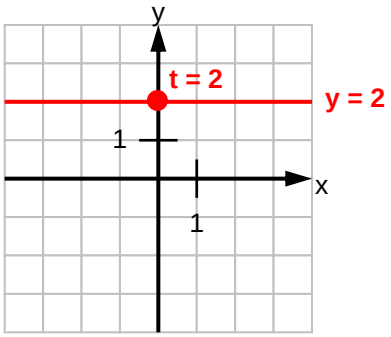
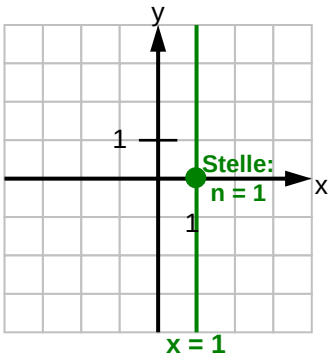
② ***Steigung m jetzt bekannt ⇒ weiter mit Vorgehensweise wie bei Aufgabentyp b)***

Besondere Lage von Geraden:

senkrechte (orthogonale) Geraden	parallele Geraden
Für zwei **senkrechte Geraden** $g_1 \perp g_2$ gilt: g_1: $y = m_1x + t_1$ $\quad m_1 \cdot m_2 = -1$ g_2: $y = m_2x + t_2$ $\quad m_1 = -\frac{1}{m_2}$ bzw. $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ ***„Kehrbruch und Vorzeichenwechsel“***	Für zwei **parallele Geraden** $g_1 \parallel g_2$ gilt: g_1: $y = m_1x + t_1$ $\quad m_1 = m_2$ g_2: $y = m_2x + t_2$ $\quad$ **„gleiche Steigung“**
Standardaufgaben: ***a) Sind zwei Geraden senkrecht zueinander?*** **ja:** wenn gilt: $m_1 \cdot m_2 = -1$ **nein:** wenn gilt: $m_1 \cdot m_2 \neq -1$ ***b) Stelle die Geradengleichung einer Senkrechten s zu einer Geraden g durch den Punkt P ∈ s auf.*** ① Steigung von s berechnen: $m_s = -\frac{1}{m_g}$ ② ***nun bekannt:*** Koordinaten von P ∈ s und m_s ⇒ entweder mit NORMALFORM oder mit PUNKTSTEIGUNGSFORM Geradengleichung berechnen ⇒ Vorgehensweise siehe Aufgabentyp b)	***Standardaufgaben:*** ***a) Sind zwei Geraden parallel zueinander?*** **ja:** wenn gilt: $m_1 = m_2$ **nein:** wenn gilt: $m_1 \neq m_2$ ***b) Stelle die Geradengleichung einer Parallelen p zu einer Geraden h durch den Punkt Q ∈ p auf.*** ① Steigung von p bestimmen: $m_p = m_h$ ② ***nun bekannt:*** Koordinaten von Q ∈ p und m_p ⇒ entweder mit NORMALFORM oder mit PUNKTSTEIGUNGSFORM Geradengleichung berechnen ⇒ Vorgehensweise siehe Aufgabentyp b)

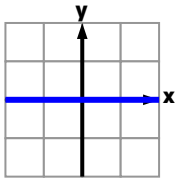
© 2016 Realschule Großostheim T.G.

Besondere Graphen:

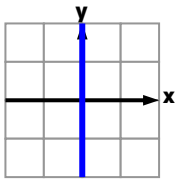
Parallele zur x-Achse **Graph einer (konstanten) Funktion**	**Parallele zur y-Achse** **Graph einer Relation, keiner Funktion**
Beispiel: 	**Beispiel:** 
Für parallele Geraden zur x-Achse gilt: **g: y = t** (Steigung m = 0 !) Parallele g geht durch **P(0|t)**.	**Für parallele Geraden zur y-Achse gilt:** **g: x = n** Parallele g geht durch **P(n|0)**.

Weitere besondere Graphen:

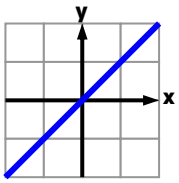
x-Achse des Koordinatensystems: **y = 0**



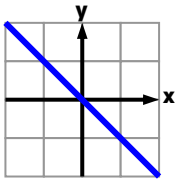
y-Achse des Koordinatensystems: **x = 0**



Winkelhalbierende I./III. Quadrant: **y = x**



Winkelhalbierende II./IV. Quadrant: **y = –x**



Denkaufgabe

Nenne vier geometrische Eigenschaften der Geraden g mit der Gleichung y = –0,25x – 1 ohne die Gerade g zu zeichnen. Begründe deine Antworten!

Nr.	Eigenschaft
1	g fällt, da die Steigung m = –0,25 negativ ist
2	g verläuft eher flach, aufgrund des Betrages der Steigung: |–0,25| < 1
3	g ist keine Ursprungsgerade, weil der y-Achsenabschnitt t = –1 ≠ 0
4	g verläuft durch den II., III. und IV. Quadranten, wegen m und t

© 2016 Realschule Großostheim T.G.